|  |  |
| --- | --- |
| 结论四：两个经典不等式 | |
| 结  论 | **(1)对数形式:≤ln(x+1)≤x(x>-1),当且仅当x=0时,等号成立.**  **(2)指数形式:ex≥x+1(x∈R),当且仅当x=0时,等号成立.** |
| 解  读 | 对于这两个不等式的得到都是源于高等数学中的泰勒展开，他们的变形式还有：，，，等，这都高考命题的题点。 |
| 典  例 | 已知对任意*x*，都有，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_. |
| 解  析 | 【答案】  【详解】根据题意可知，，由，可得恒成立，令，则，现证明恒成立，设，  ，当时，解得：，当时，，单调递减，  当时，，单调递增，故时，函数取得最小值，，  所以，即恒成立，  ，  所以，即.所以实数的取值范围是. |
| 反  思 | 本题考查不等式恒成立求参数的取值范围，首先利用参变分离出恒成立，再利用恒成立，求解的最小值，即求出的取值范围.本题的关键是利用不等式的放缩，即利用，转化 ，求函数的最小值. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．已知，则的大小关系为（ ）  A． B． C． D．  【答案】C  【分析】  利用两个重要的不等式，说明大小即可  【详解】先用导数证明这两个重要的不等式  ①，当且仅当时取“=”，，，函数递减， 函数递增，故时函数取得最小值为0，故，当且仅当时取“=”  ②，当且仅当时取“=”，，，，函数递增，函数递减，故时函数取得最大值为0，故，当且仅当时取“=”  故，。  2．下列四个命题中的假命题为（ ）  A．， B．，  C．， D．，  【答案】C  【分析】  结合导数判断AB选项的真假性，利用特殊值判断D选项的真假性，利用导数判断C选项的真假性.  【详解】构造函数，，所以在区间上，递减，在区间上，递增，所以在处取得极小值也即是最小值，所以，即在上恒成立，将改为，则有在上恒成立.所以AB选项为真命题.当时，，，此时，所以D选项为真命题.构造函数（），，所以在区间上，递增，在区间上，递减，所以在处取得极大值也即是最大值，所以，即在上恒成立.所以C选项为假命题.  3．已知函数与的图象上存在关于*y*轴对称的点，则实数*a*的取值范围是（ ）  A． B． C． D．  【答案】D  【解析】由题意，函数与的图象上存在关于*y*轴对称的点，可得在有零点，即，  即有零点，即和有交点，  因为，所以令，则，又因为，所以即单增，因为，所以，即，所以*h*（*x*）在单调递增，  所以，可得.故选：*D*.  4．已知数列的前项和为，则下列选项正确的是　　  A． B．  C． D．  【答案】B  【分析】构造函数，设，，则，判断函数的单调性，转化求解数列的和即可．  【详解】因为，令，在，  ，故．设，，则，在上单调递增，（1），即，．令，则，  ，故．故  5．已知，存在实数*m*使得，则（ ）  A． B．可能大于0  C． D．  【答案】D  【分析】由题意分类，若，转化条件得，通过构造函数求导可得，即可排除；若，转化条件为只需解即可，按照、分类即可得解.  【详解】由，可得，  若，则，令，，  则，易得在上单调递增，在上单调递减，  所以，所以，则，易得当时，取最小值，此时，所以，所以，所以，  所以当时，方程无解，故B错误；若，则恒成立，故A错误，所以只需解即可，当时，由，解得；  当时，由，解得；所以当时，满足，故C错误，D正确.  6．已知函数，且.  （1）求；  （2）证明：存在唯一极大值点，且.  【答案】（1）；（2）证明见解析.  【解析】（1）因为,且,所以,构造函数,则,又,若,则,则在上单调递增,则当时,矛盾,舍去；若,则,则当时,,则在上单调递增,则矛盾,舍去；若,则,则当时,,则在上单调递减,则矛盾,舍去；若,则当时,,当时,,则在上单调递减,在上单调递增,故,则,满足题意；  综上所述,.  （2）证明:由（1）可知,则,构造函数,则,又在上单调递增,且,故当时,,当时,,则在上单调递减,在上单调递增,又,,又,结合零点存在性定理知,在区间存在唯一实数,使得,当时,,当时,,当时,,故在单调递增,在单调递减,在单调递增,故存在唯一极大值点,因为,所以,  故,因为,所以.  7．已知函数，.  （1）若，判断函数的单调性并说明理由；  （2）若，求证：关的不等式在上恒成立.  【答案】（1）函数在上单调递减，理由见解析；（2）证明见解析.  【解析】（1）函数在上单调递减，理由如下：  依题意，，则.  当时，，故函数在上单调递减；  （2）要证，即证，  即证.  设，则.  当时，，所以在上单调递增，  所以，即.  故当时，，  故即证.令，.  由（1）可知，，  故在上单调递增.  所以，当时，，即，  所以，当时，，所以只需证明，即证明.  设，则.所以在上单调递增，所以，所以原不等式成立. | |

****